

包含参数不确定性与通信时滞的 PSS 稳定性分析

刘文涛，秦韶杨，徐 林

(国网南京供电公司，江苏 南京 210029)

摘 要：借助于雅可比矩阵关于变化参数的一阶偏导数和 LFT 技术实现了 PSS 系统的参数不确定性建模，从而把时滞和运行条件等不同类型的 uncertainty 统一在 μ 框架下，提出了同时受通信时滞和实参数不确定性影响的 PSS 系统的 $M-\Delta$ 模型。并且利用 μ 的上界和扫频法，分析了运行条件的 uncertainty 对包含均匀通信时滞的 PSS 系统稳定性的影响。

关键词：稳定性；不确定性系统；临界时滞；导纳矩阵；偏导数

1 稳定性分析与计算

用 μ 方法分析稳定性，首先把时滞状态变量系数矩阵 $A_K(p)$ 对应的不确定摄动块 Δ_K^r 集中起来，用标准的结构对角块摄动 $\Delta_d = \text{diag}(\Delta_1^r, \dots, \Delta_m^r)$ 表示。同时把时滞对应的 uncertainty 集中起来，用 $\Delta_t = \text{diag}(\Delta_1^c, \dots, \Delta_m^c)$ 表示。并且对 $A_{K\delta}$ 进行矩阵变换，得到时滞状态变量系数矩阵关于摄动元的 LFT 为：

$$A_{d\delta} = F_L \left(\begin{bmatrix} \tilde{A}_{d0} & \Delta \tilde{A}_d \\ I & 0 \end{bmatrix}, \Delta_d \right), \text{ 从而得到如图 1 所示的反馈联结。}$$

其中 $\tilde{A}_{d0} = [\tilde{A}_{10}, \dots, \tilde{A}_{m0}]$ $\Delta \tilde{A}_d = [\Delta \tilde{A}_1, \dots, \Delta \tilde{A}_m]$ 。按照同样的思路，最终将得到标准 $M-\Delta$ 反馈联结，其中 $\Delta = \text{diag}(\Delta_U, \Delta_L)$ ， $\Delta_U = \Delta_t$ ，

$$\Delta_L = \text{diag}(\Delta_1^r, \Delta_d)。$$

由于 $\Delta_K^r \in \mathbf{R}^{ql \times ql}$ ，对于高维、多时滞且存在多个参数不确定性的系统，上述建模方法引入的摄动块维数将很大^[1-4]。

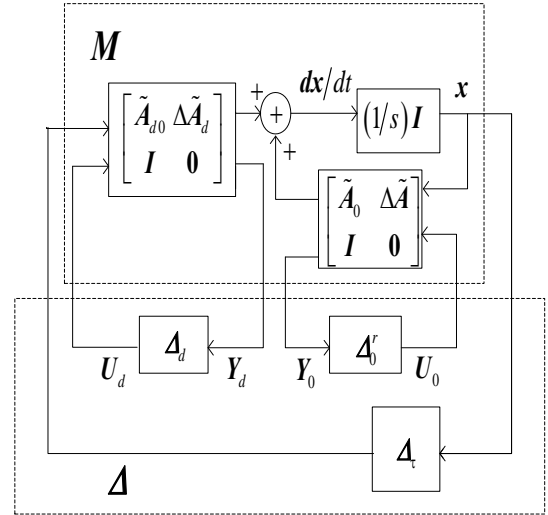


图 1 矩阵变换

$$\text{令 } r = \text{rank}(\Delta \tilde{A}) \leq l,$$

$d = \text{rank}(\Delta \tilde{A}_d) \leq l$ ，进行以下矩阵分解：

$\Delta \tilde{A} = L W$ ，其中 $L \in \mathbf{R}^{l \times r}$ ， $W \in \mathbf{R}^{r \times l}$ 。
 $\Delta \tilde{A}_d = L_d W_d$ ，其中 $L_d \in \mathbf{R}^{l \times d}$ ， $W_d \in \mathbf{R}^{d \times l}$ ，
 从而有：

$$\begin{aligned} A_\delta &= F_L \left(\begin{bmatrix} \tilde{A}_0 & L \\ W & 0 \end{bmatrix}, \Delta_0' \right) \\ A_{d\delta} &= F_L \left(\begin{bmatrix} \tilde{A}_{d0} & L_d \\ W_d & 0 \end{bmatrix}, \Delta_d' \right) \\ \Delta_0' &= \text{diag}(\delta_1 I_r, \dots, \delta_q I_r) \\ \Delta_d' &= \text{diag}(\delta_1 I_d, \dots, \delta_q I_d) \end{aligned}$$

不确定性系统包含了重复复标量和重复实标量摄动块。由于混合 μ 问题的上界有可能远大于其真值, 直接用 μ 方法分析图 1 所示 $M-\Delta$ 系统的稳定性, 可能会有很大的误差。因此我们应用主回路定理把摄动 Δ 分块为复对角块 Δ_U 与实对角块 Δ_L , 然后利用 μ 的性质分析系统的稳定性^[5, 6]。

其中, 实对角块的扩展结构分别为:
 $\tilde{\Delta}_0 = \text{diag}\left((\delta_1 + \beta_1^2 \delta_1 i) I_r, \dots, (\delta_q + \beta_q^2 \delta_q i) I_r\right)$,
 $\tilde{\Delta}_d = \text{diag}\left((\delta_1 + \beta_1^2 \delta_1 i) I_d, \dots, (\delta_q + \beta_q^2 \delta_q i) I_d\right)$ 。因此,
 M 和 Δ 的分块分别为

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (sI - \tilde{A}_0)^{-1} \tilde{A}_{d0} & (sI - \tilde{A}_0)^{-1} L & (sI - \tilde{A}_0)^{-1} L_d \\ W(sI - \tilde{A}_0)^{-1} \tilde{A}_{d0} & W(sI - \tilde{A}_0)^{-1} L & W(sI - \tilde{A}_0)^{-1} L_d \\ W_d & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_U & \\ & \tilde{\Delta}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_U & \\ & \tilde{\Delta}_0 \\ & & \tilde{\Delta}_d \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 Δ , Δ_U 和 Δ_L 的维数分别与 M , M_{11} 和 M_{22} 匹配。

2 算例分析

假设 G1、G2 的 PSS 分别采用包含时滞的相对角频率 $\Delta\omega_{13}(t-\tau)$ 、 $\Delta\omega_{23}(t-\tau)$ 作为输入信号。其传递函数的形式为:
 $\Delta\omega_{13} \rightarrow e^{-\tau s} \rightarrow [20] \rightarrow \left[\frac{10s}{1+10s} \right]^{y_{1i}} \rightarrow \left[\frac{1+0.05s}{1+0.02s} \right]^{y_{2i}} \rightarrow U_{s1}$,
 $\Delta\omega_{23} \rightarrow e^{-\tau s} \rightarrow [18] \rightarrow \left[\frac{8.3s}{1+8.3s} \right]^{y_{1i}} \rightarrow \left[\frac{1+0.04s}{1+0.03s} \right]^{y_{2i}} \rightarrow U_{s2}$ 考虑发电机 G1 的有功出力变化范围为 $[0.5 \text{ pu} \sim 1.2 \text{ pu}]$ 。

通过潮流计算得 $\delta_0 = [0.4385 \ 0.5878 \ 0.1241]$, 发电机节点的导纳矩阵如表 1。电流与状态变量

E'_{qi} , δ_{ni} 的关系如式(3), 状态变量的一阶偏导数如表 2。从而求得 $[\tilde{A}_0]_{14 \times 14}$, $[\tilde{A}_{d0}]_{14 \times 14}$, $[\Delta\tilde{A}]_{14 \times 14}$, $[\Delta\tilde{A}_d]_{14 \times 14}$, $[\Delta]_{42 \times 42}$ 。经过降阶之后, LFT 和摄动块的维数减小: $[L]_{14 \times 4}$, $[L_d]_{14 \times 4}$, $[\Delta]_{22 \times 22}$, 发电机节点导纳矩阵^[7, 8]。

表 1 发电机节点导纳矩阵

发电机节点 ij	11	12	13	22	23	33
Y_{ij}	1.6539	0.6290	0.4552	4.9297	2.2356	5.3840
θ_{ij} (弧度)	4.8245	1.1263	1.1231	5.1185	1.3536	5.1935

$$\begin{bmatrix} I_{d1} \\ I_{d2} \\ I_{d3} \\ I_{q1} \\ I_{q2} \\ I_{q3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1850 & 0.3519 & 0.9741 & -0.5983 \\ 0.1830 & 1.9455 & -0.7750 & 3.2488 \\ 0.3143 & 1.4072 & -0.4241 & -1.9937 \\ -1.6435 & 0.5213 & 0.2791 & -0.4039 \\ 0.6018 & -4.5241 & -0.2357 & -0.3866 \\ 0.3293 & 1.7371 & -0.4048 & -1.6151 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_{q1} \\ E'_{q2} \\ \delta_{13} \\ \delta_{23} \end{bmatrix} \quad (3)$$

表 2 状态变量的一阶偏导数

发电机节点 i	$\frac{\partial \delta_i}{\partial p_k}$	$\frac{\partial E_{qi}}{\partial p_k}$	$\frac{\partial E_{fi}}{\partial p_k}$	$\frac{\partial y_{li}}{\partial p_k}$	$\frac{\partial y_{2i}}{\partial p_k}$
1	1.3239	0.0068	2.8320	6.2030	6.2030
2	-9.3578	4.0617	-3.8497	-0.0000	0.0000

取 $\beta = 0.01$, $\hat{\mu}_2 - \omega$ 曲线如图 2, 其峰值为 2.5148。即参数变化满足 $\|\tilde{\Delta}_L\| \leq 0.3976$ 时, 系统才能稳定。 $\delta \in [-0.3976, 0.3976]$ 时, 系统的时滞极限计算结果如下表。结合特征分析, 得到该系统在参数空间和时滞空间的稳定域如图 2 所示的虚线与坐标轴包围区域(不包括虚线部分)。

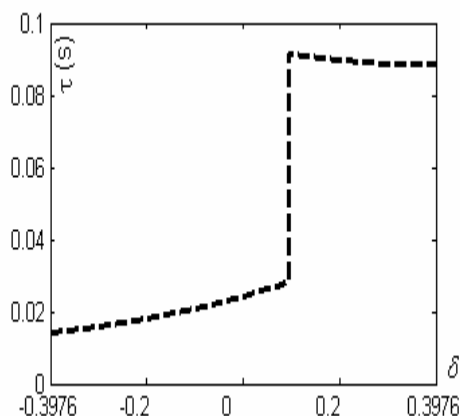


图 2 稳定域示意图

取 $\delta = -0.1$ ，此时有两个临界频率和临界时滞。当 $\tau = 0.0209s$ ，系统出现了一个纯虚根 $\lambda_i = j7.4276$ ，且其他特征根实部均小于 0，即此时系统临界稳定。取 $\tau = 0.025 \in [0.0209, 0.7350]$ ，系统出现了实部大于 0 的特征根 $\lambda_i = 0.0294 + j7.4265$ ，即系统不稳定。可见， $\delta = -0.1$ 时，系统的时滞稳定区间为 $[0, 20.9)ms$ ，不存在其他的稳定区间。特征根分析的结果与本算法结果吻合。

$eig(\tilde{A}_0 + \tilde{A}_{d0})$ $\delta = -0.1$	$eig(\tilde{A}_0 + \tilde{A}_{d0}e^{-j\omega\tau})$ $\delta = -0.1, \omega = 7.4276$	
$\tau = 0(s)$	$\tau = 0.0209(s)$	$\tau = 0.025(s)$
-50.2120	-50.2100+0.0326i	-50.2090+0.0389i
-33.5640	-33.5610+0.0356i	-33.5600+0.0425i
-18.9810	-18.9810+0.0082i	-18.9810+0.0097i
-16.8470	-16.8420+0.1032i	-16.8390+0.1233i
-0.4942+7.3580i	-0.3754+7.3707i	-0.3524+7.3709i
-0.4942-7.3580i	0.0001+7.4276i	0.0294+7.4265i
-0.1512+7.4226i	-0.6133-7.3235i	-0.6365-7.3139i
-0.1512-7.4226i	-0.3044-7.3997i	-0.3345-7.3932i
-2.5311	-0.2175+1.2851i	-0.2129+1.2878i
-1.5769	-0.2598-1.2449i	-0.2632-1.2398i
-0.2400+1.2678i	-2.5381-0.2298i	-2.5412-0.2754i
-0.2400-1.2678i	-1.5831-0.0752i	-1.5856-0.0897i
-0.1749	-0.1739+0.0101i	-0.1734+0.012i
-0.1033	-0.1033+0.0001i	-0.1033+0.0002i

3 结论

借助于计算稳态潮流和求解系统矩阵关于变化参数的一阶偏导数，并结合 LFT 技术，建立了包含参数不确定性和通信时滞的 PSS 系统的 $M-\Delta$ 闭环反馈模型。通过 μ 理论和扫频法求出了使系统稳定所允许的不确定参数的最大变化范围以及系统在参数空间和时滞空间的稳定域。

只需要进行一次潮流计算，减少了计算量。降阶处理大大降低了 Δ 的维数，计算效率高。通过计算雅可比矩阵及其关于不确定参数的偏导数，构建了 M 矩阵和 Δ 对角阵，该方法具有较好的通用性。

包含均匀通信时滞的 3 机系统算例分析验证了该方法的有效性和正确性。本章方法不仅适用于对参数不确定时滞系统的小扰动稳定性分析，对控制器的设计以及控制性能的评价也有一定的指导意义。

参考文献：

- [1] Niculescu S.-I.. Delay effects on stability of interconnected systems: a control perspective. 16th Mediterranean Conference on Control and Automation Congress Centre, Ajaccio, France, June 25-27, 2008: 1320-1329.
- [2] 吴敏, 何勇. 时滞系统鲁棒控制--自由权矩阵方法. 北京: 科学出版社, 2008.
- [3] Kamwa I., Grondin R., Hebert Y. Wide-area measurement based stabilizing control of large powersystems: a decentralized/hierarchical approach. IEEE Transactions on Power Systems, 2001, 16(1): 136-153.
- [4] IEEE Power Engineering Society Power System Oscillation Work Group. Interarea oscillations in power systems, IEEE 95-TP-101, October 1994.
- [5] Xie X., Xiao J., Lu C., et al. Wide-area stability control for damping interarea oscillations of interconnected power systems. IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, 2006, 153(5): 507-514.
- [6] Rovnyak S., Liu C. W., Lu Jin, et al. Predicting future behavior of transient events rapidly enough to evaluate remedial control options in real-time. IEEE Transactions on Power Systems, 1995, 10(3): 1195-1203.
- [7] Liu C. W., Chang C. C., Su M. C. Neuro-fuzzy networks for voltage security monitoring based on synchronized phasor measurements. IEEE Transactions on Power Systems, 1998, 13(2): 326-332.
- [8] Jiang J. A., Yang J. Z., Lin Y. H., et al. An adaptive PMU based fault detection/location technique for transmission lines part I: theory and algorithms. IEEE Transactions on Power Delivery, 2000, 15(2): 486-493.

作者简介：

刘文涛 (1983-), 男, 山东威海人, 博士, 工程师, 从事电力系统自动化研究;

秦韶杨 (1983-), 男, 安徽六安人, 硕士, 工程师, 从事电力系统自动化研究;

徐林 (1971-), 女, 江苏常州人, 助理工程师, 从事综合管理以及电工培训管理方面的工作。